

Programme de colles n°10

semaine du 4 au 8 décembre

Notions vues en cours

Chapitre 12 : Suites réelles

- Généralités : suite réelle, notation u ou (u_n) , terme général u_n , suite définie explicitement, implicitement, par récurrence
- Opérations $+$, \times , $\lambda \cdot$ et relation \leq sur $\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$. Propriété vérifiée à partir d'un certain rang
- Suite constante, stationnaire, majorée, minorée, bornée (avec CNS sur $|u_n|$), positive, négative, croissante, décroissante, monotone (strictement ou non)
- Limite finie ou infinie, notation $u_n \rightarrow \ell$ ou $\lim u_n = \ell$, nature d'une suite, suite CV, suite DV, unicité de la limite, toute suite CV est bornée
- Opérations sur les limites (version suites), formes indéterminées, $u_n \rightarrow 0$ et (v_n) bornée entraîne $u_n v_n \rightarrow 0$
- Passage à la limite dans les inégalités, théorème d'encadrement
- Théorème de la limite monotone
- Suites adjacentes : définition, théorème de convergence, la limite est encadrée par les deux suites
- Extractrice. Suites extraite (ou sous-suite), valeur d'adhérence, si une suite converge, toute sous-suite converge vers la même limite
- Vu en TD : si (u_{2n}) et (u_{2n+1}) convergent vers la même limite, alors (u_n) également.
- Théorème des segments emboîtés, théorème de Bolzano-Weierstrass (réel)
- Suites complexes : définition, suite bornée, extension des résultats du cas réel qui ne font pas appel à la notion d'ordre
- Limite de $f(u_n)$, caractérisations de la densité et de la borne supérieures avec des suites

Les suites récurrentes (linéaires ou non) ne sont pas au programme de cette semaine, mais les suites arithmétiques et géométriques et leurs propriétés (terme général, somme des termes) sont considérées comme connues.

Questions de cours

Sauf mention contraire, les démonstrations sont à connaître.

1. Définition de la limite *finie* d'une suite, unicité de la limite *finie* d'une suite
Chapitre 12, Définition 12.8 (item 1), Théorème 12.9
2. Définition de la limite *finie* d'une suite, que dire d'une suite (u_n) croissante et majorée ?
Chapitre 12, Définition 12.8 (item 1), Théorème 12.20 (suite croissante, item 1)
3. Définition de $u_n \rightarrow +\infty$, que dire d'une suite (u_n) croissante et non majorée ?
Chapitre 12, Définition 12.12 (item 2), Théorème 12.20 (suite croissante, item 2)
4. Suites adjacentes : définition, théorème de convergence
Chapitre 12, Définition 12.21 et Théorème 12.22